

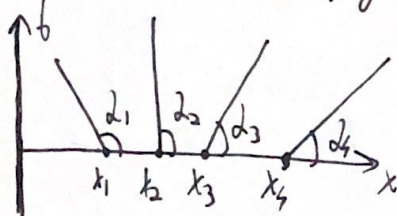
Прямые волны (волны Римана)

Тек-е в котором один из инвар-ов Римана постоянен во всем мер-и, наз-ся прямой волной (волной Римана)

$\bar{z} = \text{const}$ во всем мер-и; C^+ : $z^+ = \text{const}$ на C^+ , а $\bar{z} = \text{const}$;

C^+ : $\frac{dx}{dt} = \frac{1+\gamma}{4} z^+ + \frac{3-\gamma}{4} z^- = \text{const} \Rightarrow C^+$ характеристика - прямая $\Rightarrow$ прямые

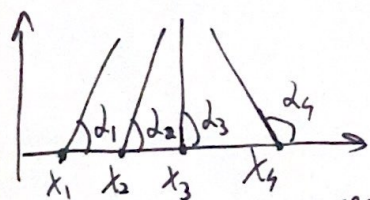
волны - это мер-е, где ~~одно~~ ^{где уг. раз} из семейства характеристик - прямые



$x_1 < x_2 < x_3 < x_4$; $\alpha_1 > \alpha_2 > \alpha_3 > \alpha_4$; $\bar{z} = \text{const}$ во всем

мер-и $\Rightarrow C^+$ характ. - прямые; C^+ : $\frac{dx}{dt} = c f g d$

Прямая волна с переко-е тем-и



$x_1 < x_2 < x_3 < x_4$; $\alpha_1 < \alpha_2 < \alpha_3 < \alpha_4$

Прямые волны со ско-е тем-и

C^+ : $\frac{dx}{dt} = \frac{1+\gamma}{4} z^+ + \frac{3-\gamma}{4} z^- = c f g d$ убывает $\Rightarrow z^+$ убывает

$\frac{\partial z^+}{\partial t} < 0$; $v = \frac{z^+ + z^-}{2} = \text{const}$, если $\frac{\partial z^+}{\partial t} < 0 \Rightarrow \frac{\partial v}{\partial t} < 0 \Rightarrow$ ск-е падает при $t \rightarrow$

$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial z^+}{\partial t} < 0$; $\frac{\partial p}{\partial t} + \text{div}(g v) = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial x} + p \frac{\partial v}{\partial x} = 0$; $\frac{dp}{dt} + p \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{dp}{dt} = -p \frac{\partial v}{\partial x} > 0$; ...; $\frac{d\theta}{dt} < 0 \Rightarrow$ энтропия будет непрерывно падать

Прямая волна с переко-е тем-и - волна разрежения

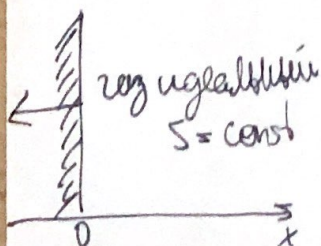
Прямая волна со ско-е тем-и - волна сжатия

$\frac{dp}{dt} > 0$ (бегущая) (прямая)

Задача о порыве, возникающая из газа

$p_0, \rho_0, U_0 = 0$ (покачивание газ)

$u(b) = \begin{cases} 0, & b=0 \\ v(b), & 0 < b < b_0 \\ V_0, & t \geq b_0 \end{cases}$



C^+ : $\frac{dx}{dt} = v + c$ $r^+ = v + \frac{2c}{\gamma-1} = \text{const}$ на C

C^- : $\frac{dx}{dt} = v - c$ $r^- = v - \frac{2c}{\gamma-1} = \text{const}$ на C

1) $t \in [0, +\infty)$, $b=0$

OA - C^+ характ., $\frac{dx}{dt} = v + c = c_0 \Rightarrow x = c_0 t$

C^- : $z^- = V_0 - \frac{2c_0}{\gamma-1} = v - \frac{2c}{\gamma-1} \Rightarrow C = \frac{1}{2} (u + b)$

$\psi = \text{const}$ во всем мер-и; мер-е - простое поле (поле Адамара)

зона II: C^+ : $\frac{db}{dt} = V + C = V + \frac{t-1}{2}V + C_0 = \frac{t+1}{2}V + C_0 = \frac{t+1}{2}V(t) + C_0$

на C^+ : $t^+ = V + \frac{2C}{t-1} = V + \frac{2}{t-1}(\frac{t-1}{2}V + C_0) = 2V + \frac{2}{t-1}C_0 = V + \frac{2C_0}{t-1}$

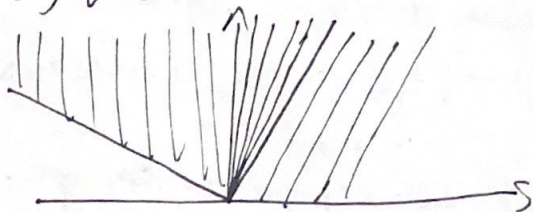
зона III: C^+ : $\frac{dt}{dt} = \frac{t+1}{2}V(t) + C_0$; $\frac{p}{g} = \frac{p_0}{g_0} = A$; $p = Ag$; $C^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial g}\right)_s = Ag^{\delta-1}$

$C^2 = Ag^{\delta-1} = \frac{p_0}{g_0} g^{\delta-1} = \frac{p_0^{\delta-1}}{g_0^{\delta-1}} \cdot \frac{p_0}{g_0} g = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\delta-1} C_0^2$; $\left(\frac{C}{C_0}\right)^2 = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\delta-1} \Rightarrow \frac{C}{C_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\delta-1}{2}}$

$\left(\frac{p}{p_0}\right) = \left(\frac{C}{C_0}\right)^{\frac{2}{\delta-1}} \Rightarrow p = \left(\frac{C}{C_0}\right)^{\frac{2\delta}{\delta-1}} p_0$

Центрированные простые волны

$$V(t) = \begin{cases} 0, & t \leq 0 \\ V_0, & t > 0 \end{cases}$$



Центрир. пр. волна - характеристики, 'столбы' (выходят из) в одну точку